



O ÍNDICE DE TRABALHO DE BOND PARA MOAGEM DE BOLAS (BWI) É UMA VÁRIÁVEL ADITIVA?

CAMPOS, L.J.F.¹, SILVA, P.H.², MAZZINGHY, D.B.¹,
TAVARES, L.M.³, CAMPOS, P.H.A², GALÉRY, R.¹

¹Programa de Pós-Graduação em Engenharia Metalúrgica, Materiais e de Minas (PPGEM)

²Universidade Federal de Minas Gerais (UFMG), Departamento de Engenharia de Minas (DEMIN),
Laboratório de Geometalurgia e Simulação de Processos.

³Laboratório de Tecnologia Mineral, Programa de Engenharia Metalúrgica e de Materiais, COPPE-
UFRJ.

e-mail: leo.jfcampos93@gmail.com

RESUMO

O índice de trabalho de Bond para a moagem de bolas (*BWI*) é utilizado para estimar o consumo energético de etapas de moagem em escala industrial. O uso do *BWI* no modelo de blocos poderia ser útil para estimar a produção de cada bloco quando alimentado na usina. Porém o *BWI*, normalmente, é considerado como uma variável não-aditiva, ou seja, não se pode fazer médias ponderadas pela distância dos blocos como se faz com densidade e teor, por exemplo. Neste trabalho, dois minérios com distintas competências foram misturados em diferentes proporções para verificação do comportamento aditivo. Os resultados comprovaram que o *BWI* é uma variável não-aditiva, devido a maior influência das partículas mais competentes. No entanto, em amostras com elevado percentual do minério mais competente (> 75%), o erro da estimativa por média ponderada se encontra dentro do erro experimental do teste, podendo ser considerado este tipo de estimativa para esta situação específica. No entanto, o *BWI* pode ser estimado através de modelos matemáticos propostos por alguns autores, como Tavares e Kallembäck (2013), com boa correlação entre os valores experimentais e os calculados.

PALAVRAS-CHAVE: *BWI*; Moagem; Variável não-aditiva; Modelamento; Geometalurgia.

ABSTRACT

The Bond Work Index (*BWI*) is used to estimate the energy consumption of milling stages on an industrial scale. The use of *BWI* in the block model could be useful to estimate the production of each block when sent to the plant. However, the *BWI* is normally considered as a non-additive variable, that is, weighted averages by the distance of the blocks cannot be done as is the case of density and grades, for instance. In this work, two ores with different competencies were mixed in different proportions in order to verify the additive behavior. The results showed that *BWI* is a non-additive variable due to the greater influence of the most competent particles. However, in samples with a high percentage of the most competent ore (> 75%), the error of the weighted average estimate is within the experimental error of the test, and this type of estimation can be considered for this specific situation. However, the *BWI* can be estimated through mathematical models proposed by some authors, such as Tavares and Kallembäck (2013), with a good correlation between the experimental and calculated values.

KEYWORDS: Bond Work Index; Mill; Non-additive Variable; Modeling; Geometallurgy.

1. INTRODUÇÃO

A cominuição (britagem/moagem) é o processo do beneficiamento mineral responsável pelo maior consumo energético em um empreendimento mineiro, podendo chegar a 80% do gasto energético total de uma mina (Luz et al., 2018). Além disso, a maior parte da energia aplicada nos equipamentos de cominuição é perdida, sendo que apenas uma pequena fração dessa energia é utilizada efetivamente para a quebra das partículas minerais (Luz et al., 2018; Valadão, 2007). Dessa forma, existe a grande necessidade de se estudar e modelar o consumo energético dos britadores e moinhos buscando a otimização dessa etapa de processo.

Diversos autores propuseram formulações matemáticas em que correlacionam a energia necessária para a fragmentação de partículas até um tamanho determinado a partir de uma condição inicial, como Rittinger (1867), Kick (1885), Bond (1952). No entanto, Hukki (1961), em seu estudo, chegou à conclusão de que os modelos propostos por Rittinger, Kick e Bond não poderiam ser aplicados a quaisquer faixas granulométricas. Segundo ele, a equação de Bond (Equação 1) é aplicável ao intervalo granulométrico onde se realiza a moagem, normalmente.

$$E = BWI \left[\frac{10}{\sqrt{P_{80}}} - \frac{10}{\sqrt{F_{80}}} \right] \quad (1)$$

na qual F_{80} e P_{80} correspondem a abertura na qual 80% do material é passante na alimentação e no produto, respectivamente, em μm . Já o índice de trabalho de Bond para moagem de bolas (*Ball Work Index – BWI*) corresponde à energia em kWh/t necessária para reduzir um determinado material, em moinho de bolas, de um tamanho teoricamente infinito até um produto 80% passante na malha de $106\mu\text{m}$. Vale ressaltar que o *BWI* não é uma propriedade específica de cada material, como a densidade por exemplo. Alguns autores (Duque et al., 2014; Ferreira et al., 2015) demonstraram esse fato, mostrando que o valor do *BWI* para uma mesma amostra é variável em função do tamanho da alimentação e do produto. A Equação 2 mostra a fórmula de cálculo do índice de trabalho de Bond (*BWI*):

$$BWI = \frac{49,0}{Am^{0,23} \cdot Mob^{0,82} \cdot \left[\frac{10}{\sqrt{P_{80}}} - \frac{10}{\sqrt{F_{80}}} \right]} \quad (2)$$

na qual *BWI* representa o índice de trabalho, em kWh/t; *Am* indica a malha de teste, em μm , e *Mob* é definido como o índice de moabilidade (material produzido abaixo da malha de teste), expresso em g/rotação.

A geometalurgia é uma importante ferramenta que está sendo cada vez mais utilizada para compreender e modelar as diversas litologias de uma mina, integrando propriedades geológicas e metalúrgicas, devido a maior complexidade mineralógica e teores cada vez menores dos elementos úteis em um empreendimento mineiro (Bueno, 2015; Rincon et al., 2019). Em um estudo típico de geometalurgia, as amostras analisadas são caracterizadas em termos de competência do minério, tamanho de liberação, consumo energético e recuperação do processo de concentração. O conhecimento das propriedades geológicas intrínsecas das diversas litologias presentes no depósito analisado e sua relação com a resposta metalúrgica permite a aplicação de uma abordagem integrada para mapear especialmente os índices de desempenho e prever o desempenho metalúrgico (Dobby et al., 2004; Navarra et al., 2017).

No entanto, nem todas as propriedades são de caráter aditivo, isto é, podem ser determinadas pela média ponderada dos valores das propriedades individuais de cada litologia, tendo como pesos a porcentagem de cada litologia presente na amostra (Eivazy et al., 2016). A densidade e o teor são exemplos de propriedades de caráter aditivo. Algumas propriedades são de caráter não-aditivo, ou seja, propriedades que são dependentes da interação entre as litologias presentes na amostra. O *BWI*, a princípio, se caracteriza como uma propriedade não-aditiva, portanto, não se pode, em um primeiro momento, estimar o valor do *BWI* de uma amostra composta por duas ou mais litologias por meio de uma média ponderada dos valores do *BWI* de cada litologia (Eivazy et al., 2016; Leal et al., 2016).

Alguns autores já comprovaram essa afirmação (Tavares e Kallembach, 2013; Öner, 2000; Hosten et al., 1998; Yan et al., 1994). A justificativa se dá devido ao acúmulo da litologia mais competente dentro do moinho à medida em que se aumenta o número de ciclos do teste de determinação de *BWI*. Tavares e Kallembach (2013), em seus estudos, propuseram que o *BWI* de uma mistura binária é determinado a partir da Equação 3.

$$BWI_{mistura} = \varphi BWI_{maior} + (1 - \varphi)BWI_{menor} \quad (3)$$

na qual φ é a fração mássica da litologia mais competente no interior do moinho em regime estacionário. O valor de φ é determinado por Tavares e Kallembach (2013) pela equação:

$$\varphi = 0,2857\delta + 0,7143\delta \frac{\alpha}{1 + \delta(\alpha - 1)} \quad (4)$$

na qual δ é o percentual da litologia mais competente presente na amostra e α é um fator dependente da relação entre os valores do *BWI* das duas litologias presentes na mistura, sendo calculado pela Equação 5:

$$\alpha = 3,05 - \frac{2,09}{\left(1 + 0,67 \left(1 - \frac{BWI_{maior}}{BWI_{menor}}\right)\right)^{9,5}} \quad (5)$$

Este trabalho tem como objetivo verificar o caráter não-aditivo do *BWI* em misturas de dois minérios com características distintas de competência, bem como discutir os erros oriundos de uma estimativa do *BWI* como se fosse uma propriedade de caráter aditiva. Por fim, ele propõe a aplicação de um modelo matemático para o cálculo do *BWI* para diferentes misturas.

2. MATERIAL E MÉTODOS

Para a realização deste trabalho, foram utilizados dois minérios distintos, denominados A e B. As amostras A e B foram britadas abaixo de 3,36 mm por meio de circuitos fechados em britador de mandíbulas e de rolos em laboratório, a fim de evitar a produção excessiva de finos (Sampaio et al., 2007). A composição das amostras blendadas utilizadas neste trabalho é apresentada na Tabela 1.

Tabela 1. Composição das amostras blendadas

Amostra		1	2	3	4	5
Composição em massa (%)	A	100	75	50	25	0
	B	0	25	50	75	100

Inicialmente, foram realizadas medidas de densidade aparente e de densidade real via picnometria, a fim de demonstrar o caráter aditivo destas variáveis. A densidade aparente das amostras foi obtida pela determinação da massa de cada amostra necessária para ocupar um volume de 700 mL em uma proveta. Os testes foram realizados em triplicata, para a minimização dos erros oriundos do teste. O valor da densidade real da amostra foi obtido seguindo os procedimentos especificados pela norma ABNT NBR 6508.

Ensaio para determinação do *BWI* de cada uma das amostras foram realizados no Laboratório de Tratamento de Minérios da UFMG. Foram adotados os procedimentos determinados pela norma ABNT MB-3253, registrada no INMETRO com o código NBR 11376. O moinho utilizado no teste apresenta dimensões iguais a 305 mm de diâmetro e 305 mm de comprimento, com velocidade de rotação igual a 70 rpm, sendo realizado em um circuito fechado de moagem a seco, com a malha de controle igual a 150 μm , com uma carga circulante igual a 250%, onde o circuito entra em equilíbrio. A carga de bolas utilizada é pré-determinada, com peso total igual a 20,125 kg e massa específica igual a 7,83 g/cm^3 .

3. RESULTADOS E DISCUSSÃO

A Figura 1 apresenta os valores experimentais de densidade real da mistura em função da composição de cada amostra em massa (laranja) e em volume (azul). Verifica-se que a interpolação linear (cinza) da densidade em função da composição de cada amostra é aderente com os pontos azuis, mas não com os laranjas. Ou seja, a densidade real só é aditiva quando a composição da mistura é baseada na proporção de volume de cada amostra. Para composições baseadas na proporção em massa, o cálculo não pode ser realizado através de média ponderada, mas sim da média harmônica (amarelo).

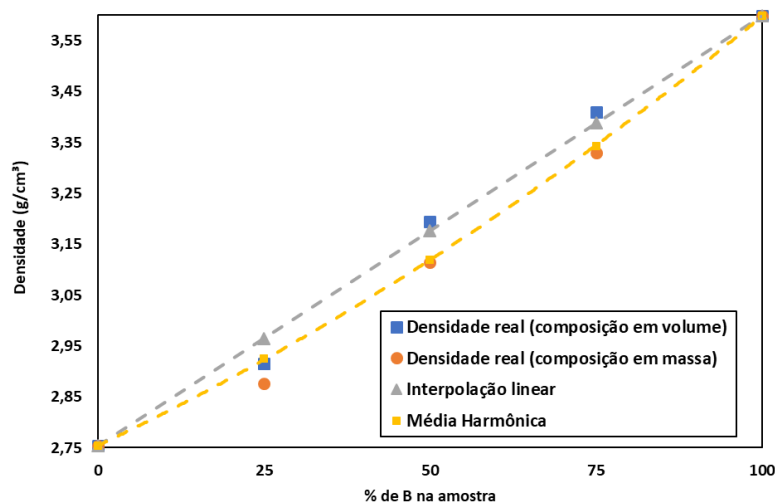


Figura 1. Verificação da aditividade da Densidade Real.

Em geral, todo parâmetro que é uma relação entre variáveis, se for aditivo, só o será se a ponderação for pela mesma unidade da variável do denominador do parâmetro.

Para a densidade aparente, entretanto, não há boa aderência entre a interpolação e os dados experimentais, conforme Figura 2. Não se pode afirmar, portanto, que a densidade

aparente é uma variável aditiva. No entanto, os valores da densidade aparente, considerando a composição em massa estão mais próximos dos obtidos pela interpolação linear.

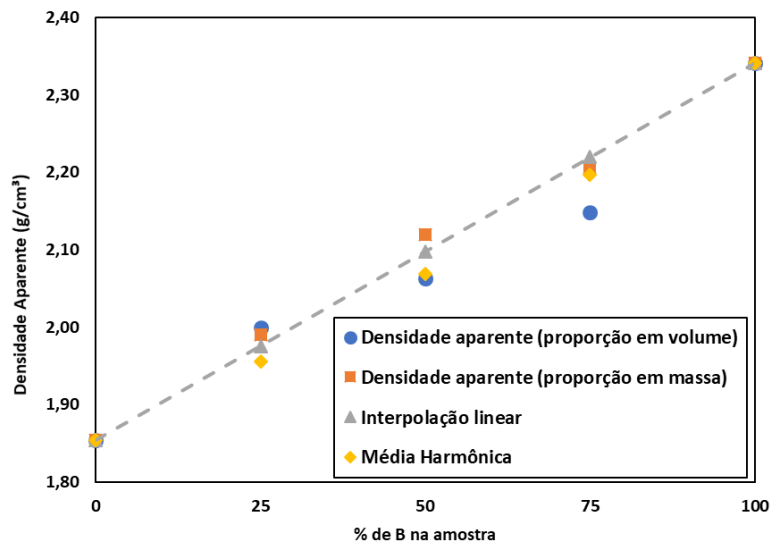


Figura 2. Verificação da aditividade da Densidade Aparente.

A Figura 3 apresenta a distribuição granulométrica das cinco amostras que foram submetidas ao teste de *BWI*. A análise das curvas granulométricas mostra que as amostras dos minérios A e B utilizadas para compor as misturas são muito distintos entre si, em termos de granulometria. Enquanto o minério A possui uma granulometria muito grosseira, o minério B apresenta um maior percentual de finos. Também é possível perceber que as curvas estão igualmente espaçadas entre si, o que comprova a qualidade na amostragem realizada e na composição das amostras com porcentagens intermediárias dos minérios A e B.

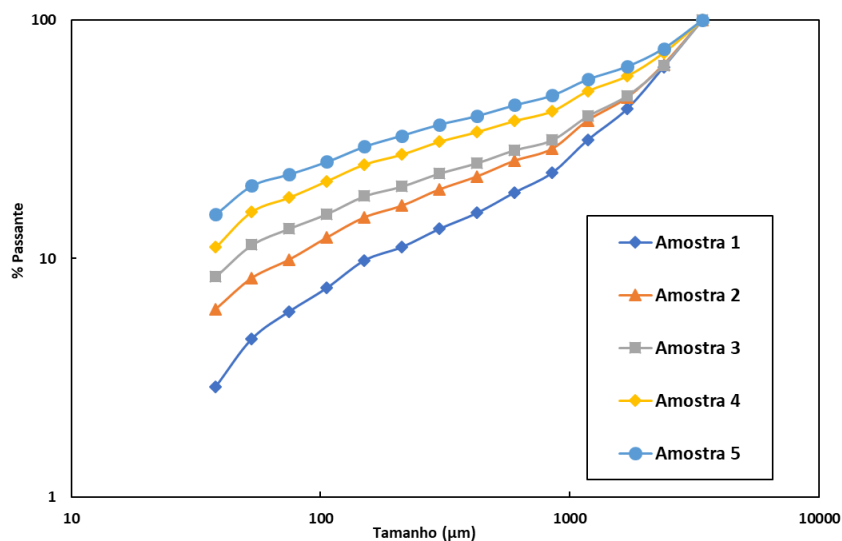
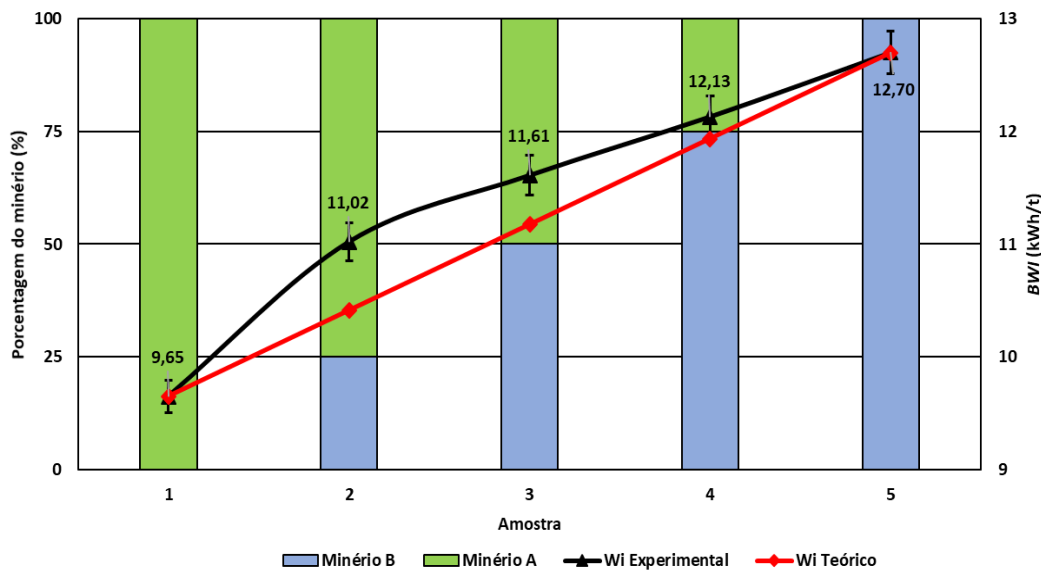


Figura 3. Curvas granulométricas das amostras submetidas aos testes de *BWI*.

A Tabela 3 apresenta os valores de BWI , moabilidade, F_{80} e P_{80} para as amostras analisadas, enquanto a Figura 4 mostra os valores de BWI em função das porcentagens em massa das litologias constituintes de cada amostra. Os resultados obtidos indicam que o BWI é uma variável não-aditiva, pois os valores de BWI obtidos experimentalmente para as amostras 2, 3 e 4 – com proporções intermediárias dos minérios A e B – não correspondem ao valor teórico de BWI para estas amostras – calculado pela média ponderada dos valores de BWI dos minérios A e B, tendo como pesos a proporção em massa de cada minério na composição da amostra. Os valores teóricos de BWI são apresentados na Fig.4 como uma função linear, ilustrando a situação hipotética em que o BWI fosse uma variável de caráter aditiva.

Tabela 3. Resultados obtidos nos testes de BWI

Parâmetro	Amostra				
	1	2	3	4	5
BWI (kWh/t)	9,65	11,02	11,61	12,13	12,70
Mob (g/rot)	2,58	2,16	2,00	1,91	1,81
F_{80} (μm)	2544	2645	2824	2812	2840
P_{80} (μm)	114	113	112	113	113

Figura 4. Valores de BWI obtidos experimentalmente e teóricos

A justificativa para que o BWI seja uma variável não-aditiva se encontra no fato de que, ao moer partículas mais competentes (minério B) e partículas menos competentes (minério A), o comportamento da mistura terá uma maior influência das partículas mais competentes, que acumulam na carga circulante do moinho, fazendo com que o BWI seja maior do que o estimado por uma simples média ponderada.

Segundo a norma ABNT NBR 11376, o erro máximo oriundo do teste experimental para que este seja validado é de 3%. A Fig. 4 mostra a variabilidade do BWI obtido experimentalmente com a barra de erro de 3%. Percebe-se que, à medida que aumenta o percentual do minério mais competente na amostra, a diferença entre o valor estimado de

BWI, por uma média ponderada, e o valor experimental se torna cada vez menor. No caso da amostra 4, o valor estimado está no limite inferior da barra de erro do valor experimental, indicando que, para amostras com elevado percentual do minério mais competente (>75%), a estimativa do *BWI* por uma média ponderada não ocasiona erros significativos.

A Figura 5 apresenta a curva obtida através da metodologia descrita por Tavares e Kallemback (2013) para o cálculo do *BWI* para misturas binárias, sem a necessidade de ajuste dos parâmetros do modelo. Os resultados mostraram que o modelo proposto por Tavares e Kallemback (2013) é capaz de modelar com boa precisão o *BWI* de misturas binárias, podendo auxiliar, dessa forma, na melhoria dos dados geometalúrgicos de um depósito mineral com diversas litologias.

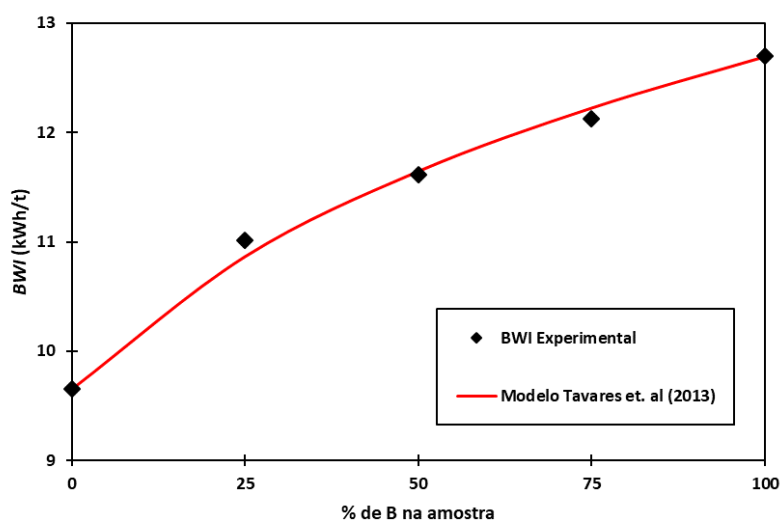


Figura 5. Correlação entre os valores experimentais e os obtidos nos modelos matemáticos

4. CONCLUSÕES

Os resultados obtidos neste estudo indicam que o *BWI*, importante parâmetro para a estimativa do consumo energético de moinhos, é uma variável não-aditiva e, portanto, não é possível estimar o valor do *BWI* de amostras contendo misturas de diferentes minérios através de uma média ponderada. O *BWI* poderia ser considerado como uma variável aditiva somente em situações onde a litologia mais competente se encontra em maioria absoluta na amostra, onde o erro relativo da estimativa, através da média ponderada, é menor que o erro oriundo do teste. No entanto, o valor do *BWI* de misturas pode ser estimado usando o modelo matemático proposto por Tavares e Kallemback (2013), com boa precisão, tendo em vista sua boa aderência aos valores experimentais.

5. AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem ao CNPq pelo suporte financeiro para a realização desta pesquisa.

6. REFERÊNCIAS

- Associação Brasileira de Normas Técnicas. Grãos de pedregulho retidos na peneira de abertura 4,8 mm – Determinação da massa específica, da massa específica aparente e da absorção de água: NBR 6458. Rio de Janeiro, 2016.
- Associação Brasileira de Normas Técnicas. Moinho de bolas, determinação do índice de trabalho: NBR 11376. Rio de Janeiro, 1990.
- Bond F C. The Third Theory of Comminution, AIME Transactions. 1952. New York. v. 193, p. 484-94.
- Bueno M, Foggiato B, Lane G. Geometallurgy applied in comminution to minimize design risks. In: Proceedings of 6th International Semi-Autogenous Grinding and High Pressure Grinding Roll Technology Conference, 2015, Sep 20-4, Vancouver, Canadá.
- Dobby G, Bennett C, Bulled D, Kosick X. Geometallurgical modeling - the new approach to plant design and production forecasting/planning, and mine/mill optimization. In Proceedings of the 36th Annual Canadian Mineral Processors Conference, 2004, Ottawa, Canadá.
- Duque T F M B, Scheneider C L, Mazzinghy D B, Alves V K. BBWI em função da malha de teste. *Holos* 2014 30(3);112-21.
- Eivazy H, Esmaili K, Jean R. Challenges in modelling geomechanical heterogeneity of rock masses using geostatistical approaches. In: World Mining Congress. Proceedings of 24th World Mining Congress, 2016, Oct 18-21, vol.3, p. 27-36.
- Ferreira K C, Galery R, Montenegro L C M, Peres A E C. Efeito do escalpe no Work Index de Bond. *Holos* 2015 31(7);59-64.
- Hosten C., Avsar C. Grindability of mixtures of cement clinker and trass. *Cem. Concr. Res.* 1998, 28 (11), 1519–24.
- Hukki R. T. Minerals Beneficiation: Proposal for a Solomonic Settlement Between The Theories of von Rittinger, Kick and Bond. AIME Transactions, 1961. New York, v. 220, p. 403-8.
- Leal R S, Peroni R L, Costa J F C L, Pereira S G, Martins R M, Capponi L N. Geostatistics applied to geometallurgical modeling. In: World Mining Congress. Proceedings of 24th World Mining Congress, 2016, Oct 18-21, vol.3, p. 115-22.
- Luz A B, França S C A, Braga P F A. Tratamento de Minérios. 6ª ed. Rio de Janeiro: CETEM; 2018. Chapter 4, Cominuição, p. 107-224
- Öner M. A study of intergrinding and separate grinding of blast furnace slag cement. *Cem. Concr. Res.*, 2000, 30 (3), 437–80.
- Navarra A, Menzies A, Jordens A, Waters K. Strategic evaluation of concentrator operational modes under geological uncertainty. *Internacional Journal of Mineral Processing* 164 (2017); 45-55.
- Rincon J, Gaydardzhiev S, Stamenov L. Coupling comminution indices and mineralogical features as an approach to a geometallurgical characterization of a copper ore. *Minerals Engineering* 130 (2019); 57-66
- Sampaio J A, França S C A, Braga, P F A. Tratamento de Minérios – Práticas Laboratoriais. 1a. ed. Rio de Janeiro. 2007. Capítulo 10, Determinação Experimental do Índice de Trabalho (BWI), p. 179-192.
- Tavares L M, Kalleback R D C. Grindability of binary ore blends in ball mills. *Minerals Engineering* 41 (2013); 115-20.
- Valadão G E S. Fragmentação. 1ª ed. Belo Horizonte: Editora UFMG; 2007. Chapter 5, Fragmentação, p.85-103.
- Von Rittinger P R. *Leherbuch der Aufbereitungskunde*, 1867, Berlin, Alemanha.
- Yan D, Eaton R. Breakage properties of ore blends. *Minerals Engineering* 7 (1994), p.185–99.